УДК 621.316.7

В. П. Будовский, В. С. Воробьев, А. Н. Иванченко, В. В. Москаленко, А. И. Расщепляев, А. Д. Рыбалкин

Метод расчета времени до насыщения трансформатора тока с использованием кусочно-линейной аппроксимации средней кривой намагничивания

Рассматривается новый, более точный, метод расчета времени до насыщения трансформатора тока (ТТ). Для случая линейной зависимости между магнитной индукцией B и напряженностью магнитного поля H авторами получены аналитические выражения для $H(t)$ и $B(t)$ в результате решения известной системы нелинейных уравнений, описывающей процессы в ТТ. Для практического использования этих выражений предложено использовать кусочно-линейную аппроксимацию (КЛА) средней кривой намагничивания. Подробно описаны алгоритм оптимальной КЛА и алгоритм расчета времени до насыщения ТТ. Алгоритмы реализованы в виде компьютерных программ, работоспособность которых, а также адекватность полученных аналитических выражений подтверждены численными экспериментами.

Ключевые слова: измерительный трансформатор тока, намагничивающий ток, время до насыщения, фаза короткого замыкания, средняя кривая намагничивания, кусочно-линейная аппроксимация.

Введение

Трансформаторы тока (ТТ) – один из основных источников информации для измерительных органов (ИО) устройств релейной защиты (УРЗ) электроэнергетических систем. Для обеспечения селективной работы УРЗ вторичный ток ТТ должен отличаться от приведенного первичного тока на величину не больше заданной, по тому параметру, на который реагирует ИО данного УРЗ. Так как электромагнитные ИО реагируют на величину действующего значения вторичного тока, сложилась практика выбора уставок по этому параметру. Кроме того, электромагнитные и магнитоэлектрические ИО обрабатывают вторичный ток ТТ в аналоговой форме. Однако в настоящее время широкое внедрение микропроцессорных УРЗ, которые обрабатывают вторичный ток ТТ в дискретной форме, привело к необходимости разработать методику оценки влияния отклонения вторичного тока ТТ от приведенного первичного тока с учетом того обстоятельства, что при обработке информации микропроцессорными УРЗ возникают ранее не учитываемые погрешности, а именно методическая погрешность и погрешность округления [3, 4]. Это, в свою очередь, ставит задачу о разработке метода расчета времени до насыщения ТТ, свободного от погрешности, возникающей при применении самой грубой из известных аппроксимаций кривой намагничивания в форме прямоугольной (ПХН). Решению этой задачи и посвящена предлагаемая ниже работа.

Метод расчета времени до насыщения трансформаторов тока (ТТ), приведенный в [1–3], базируется на решении трансцендентного уравнения переходного процесса в ТТ, полученного для прямоугольной характеристики намагничивания (ПХН):

$$K_{\text{п.р}}(t) = \sin\varphi_{EL} \cdot \cos\varphi \cdot e^{-\frac{t}{T_a}} + \cos\varphi_{EL} \cdot \cos\varphi \cdot \omega \cdot T_a\left(1 - e^{-\frac{t}{T_a}}\right) - \\ -\sin(\omega t + \varphi + \varphi_{EL}) + \cos\varphi_{EL} \cdot \sin\varphi, \qquad (1)$$

где $K_{\text{п.р}}(t)$ – функция, характеризующая изменение во времени отношения мгновенного значения потокосцепления при наличии апериодической составляющей к амплитудному значению потокосцепления, которое имело бы место при токе номинальной предельной кратности, не содержащем апериодической составляющей;

T_a – эквивалентная постоянная времени затухания апериодической составляющей тока короткого замыкания;

φ_{EL} – угол сопротивления ветви вторичной нагрузки ТТ;

φ – начальная фаза периодической составляющей тока КЗ;

ω – круговая частота периодической составляющей тока КЗ.

В результате использования данного метода получается несколько меньшим время до насыщения ТТ, нежели чем при точном решении трансцендентного уравнения (1). При этом гарантировано обеспечивается отсутствие насыщения ТТ до этого времени [2]. Данный метод целесообразно применять при отсутствии в качестве исходных данных для расчета времени до насыщения ТТ вольтамперных характеристик или характеристик намагничивания ТТ, например, в рамках выполнения проектных работ.

При необходимости, для уточнения расчетов времени до насыщения ТТ следует использовать методы, основанные, например, на графическом решении трансцендентного уравнения (1). В [3] представлены графические методы с использованием вольтамперных характеристик ТТ и с использованием характеристики намагничивания ТТ.

В статье предлагается для решения задачи определения времени до насыщения ТТ использовать математическую модель на основе кусочно-линейной аппроксимации средней линии кривой намагничивания.

Математическая модель

Отправной точкой при построении математической модели ТТ является приведенная в [5] система уравнений (2), описывающая работу ТТ при активно-индуктивной линейной нагрузке:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d\Psi}{dt} = r_2 i_2 + L_2 \dfrac{di_2}{dt}; \\ Hl = (i_1' - i_2) w_2 = i_0 w_2; \\ \Psi = \Psi(i_0), \end{array}\right\} \qquad (2)$$

где $\Psi = \Phi w_2 = BSw_2$ – основное потокосцепление со вторичной обмоткой;

w_2 – число витков вторичной обмотки;

r_2 – активное сопротивление вторичной обмотки;

L_2 – индуктивность рассеяния вторичной обмотки;

i_2 – ток во вторичной обмотке;

S – площадь поперечного сечения магнитопровода;

l – длина средней линии магнитопровода;

$i_0 = Hl/w_2$ – намагничивающий ток, приведенный к виткам вторичной обмотки.

С целью определения токовой погрешности ТТ в режиме короткого замыкания (КЗ) необходимо найти намагничивающий ток i_0. На практике функция $\Psi = \Psi(i_0)$ задается в форме зависимости магнитной индукции B от напряженности магнитного поля H: $B = B(H)$. В [8] приведено сравнение методов решения рассматриваемой системы уравнений и сделан вывод о том, что ни один из них не обеспечивает устойчивость решения при любом допустимом по условию реальной эксплуатации ТТ наборе исходных данных. Там же указано, что неравенство Липшица выполняется, что должно обеспечить единственность и существование численного решения рассматриваемой системы уравнений. Однако практика показала, что все испытанные методы в большей или меньшей мере расходятся при некоторых наборах исходных данных. Наилучший результат показал метод Волынкина, но решение при некоторых наборах исходных данных на отрезках глубокого насыщения стали расходится, в то время как насыщение ТТ происходит именно при глубоком насыщении стали.

Авторами настоящей статьи разработан метод расчета, основанный на оригинальной математической модели и лишенный этого недостатка. Для построения модели подставим второе уравнение системы (2) в первое и после простых преобразований получим одно дифференциальное уравнение (3), содержащее в левой части две неизвестные функции $B(t)$ и $H(t)$, а в правой части – известное значение первичного тока КЗ $i_1(t)$ как функции времени:

$$w_2 \cdot S \cdot \frac{dB}{dt} + \frac{H \cdot l}{w_2} r_2 + L_2 \cdot \frac{l}{w_2} \frac{dH}{dt} = r_2 \cdot \left(\frac{i_1 \cdot w_1}{w_2}\right) + L_2 \frac{d}{dt}\left(\frac{i_1 \cdot w_1}{w_2}\right). \qquad (3)$$

Если предположить, что между B и H имеется линейная зависимость, т. е. $dB/dH = K_{BH} = \text{const}$, то уравнение (3) можно привести к виду неоднородного дифференциального уравнения первого порядка относительно $H(t)$:

$$H'(t) + AH(t) = P\left[e^{-\frac{t}{T_a}}\cos\varphi\left(\cos\varphi_{EL} - \frac{\sin\varphi_{EL}}{\omega T_a}\right) - \cos(\omega t + \varphi + \varphi_{EL})\right], \qquad (4)$$

где A и P – константы, зависящие от параметров ТТ, характеристик нагрузки, угла наклона прямой $B(H)$ и др.:

$$A = Z\cos\varphi_{EL}\frac{l}{w_2^2 Sa}; \quad P = \frac{\sqrt{2} I_{EV} Z}{k_{\text{ТТ}} w_2 Sa},$$

где I_{EV} – действующее значение тока;

$Z = \sqrt{r_2^2 + (\omega L_2)^2}$ – полное сопротивление вторичной обмотки;

$k_{\text{ТТ}}$ – коэффициент трансформации;

a – константа, определяемая из выражения:

$$a = K_{BH} + Z\sin\varphi_{EL}\frac{l}{\omega w_2^2 S}.$$

Решение уравнения (4), полученное с помощью метода неопределенных коэффициентов, имеет вид:

$$H(t) = D_1 e^{-\frac{t}{T_a}} - D_2\big(A\cos(\omega t + \varphi^*) + \omega\sin(\omega t + \varphi^*)\big) + Ce^{-At}, \qquad (5)$$

где $\varphi^* = \varphi + \varphi_{EL}$, $D_1 = \dfrac{P\cos\varphi}{\omega(AT_a - 1)}(\omega T_a\cos\varphi_{EL} - \sin\varphi_{EL})$, $D_2 = \dfrac{P}{A^2 + \omega^2}$.

Постоянную интегрирования C в (8) определим из граничного условия $H(t_i) = H_i$:

$$C = H_i e^{At_i} - D_1 e^{-\frac{t_i}{T_a}} e^{At_i} + D_2\big(A\cos(\omega t_i + \varphi^*) + \omega\sin(\omega t_i + \varphi^*)\big)e^{At_i}.$$

Подставляя C в (5) и выполняя замену переменных $t = t_i + \tau$, получим явное аналитическое выражение для функции $H(t)$:

$$H(\tau) = H_i e^{-A\tau} + D_1 e^{-\frac{t_i}{T_a}}\left(e^{-\frac{\tau}{T_a}} - e^{-A\tau}\right) - D_2[A(\cos(\omega t_i + \varphi^* + \omega\tau) - \cos(\omega t_i + \varphi^*)e^{-A\tau}) + \omega(\sin(\omega t_i + \varphi^* + \omega\tau) - \sin(\omega t_i + \varphi^*)e^{-A\tau})]. \quad (6)$$

Эта формула позволяет получить точное значение H (а значит, и B) для произвольного момента времени $t \geq t_i$ при условии известной линейной зависимости между B и H и заданном граничном условии $H(t_i) = H_i$.

Отметим, что построенная модель и полученная с ее помощью расчетная формула (6) применимы для любых кусочно-линейных аппроксимаций характеристики намагничивания (КЛХН). Однако если характеристика содержит вертикальный отрезок, например, такой: $H(t) = 0$ и $dH/dt = 0$, как в прямоугольной характеристике намагничивания (ПХН) или спрямленной характеристике намагничивания (СХН), то необходим иной подход к выводу расчетного соотношения, аналогичного (6). Очевидно, что в этом случае должно быть получено аналитическое выражение для функции $B(t)$.

Подставляя $H(t) = 0$ и $dH/dt = 0$ в уравнение (3), получим неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка относительно $B(t)$ в форме Коши:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\sqrt{2}I_{EV}Z}{k_{\text{ТТ}}w_2S}\left[e^{-\frac{t}{T_a}}\cos\varphi\left(\cos\varphi_{EL} - \frac{\sin\varphi_{EL}}{\omega T_a}\right) - \cos(\omega t + \varphi + \varphi_{EL})\right].$$

Решение этого уравнения при начальном условии $B(0) = B_r$ будет иметь вид:

$$B(t) = B_r + \frac{\sqrt{2}I_{EV}Z}{\omega k_{\text{ТТ}}w_2S}[\sin\varphi_{EL} \cdot \cos\varphi \cdot e^{-\frac{t}{T_a}} + \cos\varphi_{EL}\cos\varphi \cdot \omega T_a\left(1 - e^{-\frac{t}{T_a}}\right) - \sin(\omega t + \varphi + \varphi_{EL}) + \cos\varphi_{EL}\sin\varphi], \quad (7)$$

где B_r – остаточная индукция.

Заметим, что выражения в квадратных скобках формулы (7) и в правой части уравнения (1) совпадают, что свидетельствует о корректности произведенных выкладок.

Линейная аппроксимация средней кривой намагничивания

При проведении расчетов вторичного тока ТТ принято заменять основную кривую намагничивания средней кривой намагничивания (СКН), являющейся средней линией между восходящей и нисходящей ветвями предельной петли гистерезиса [9]. Такой подход позволяет существенно упростить постановку задачи при внесении погрешности в пределах допустимого.

На практике СКН получают экспериментально в виде массива точек $B_Э(H) = (H_i, B_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Размер такого массива может быть достаточно большим, а результаты измерений могут содержать ошибки. Поэтому представляется целесообразным выполнить кусочно-линейную аппроксимацию таблично заданной функции $B_Э(H)$ непрерывной кусочно-аналитической функцией $f_B(H)$, составленной из m отрезков прямых (сегментов) (8), причем количество таких сегментов должно быть минимально возможным при заданной погрешности отклонения значений $f_B(H)$ от табличных значений $B_Э(H)$:

$$f_B(H) = \begin{cases} B_1 + k_1(B - B_1), B \in [B_1, B_2]; \\ B_2 + k_2(B - B_2), B \in [B_2, B_3]; \\ \cdots \\ B_m + k_m(B - B_m), B \in [B_m, B_{m+1}]. \end{cases} \quad (8)$$

При этом:

- первый и последний узел функции $f_B(H)$ совпадают соответственно с первой и последней точками таблично заданной функции $B_Э(H)$;
- количество сегментов минимально возможное и не больше числа точек в массиве $B_Э(H)$, точнее говоря: $m \le n-1$;
- абсолютная величина отклонения функции $f_B(H)$ от экспериментальных значений в точках таблицы $B_Э(H)$ не превышает заданной величины погрешности ε:

$$\max_{1\le i \le n-1} |f_B(H_i) - B_i| \le \varepsilon.$$

Для формализованной и достаточно строгой записи алгоритма линейной аппроксимации (*LinAppx*) применим так называемый «псевдокод», т. е. язык, использующий конструкции языков программирования (например, for, while, if, else, end и пр.), математическую нотацию и элементы естественного языка:

```
  LinAppx:
Y ← T.Y
N ← |T| – 1 // номер последней точки
(X0, Y0) ← T[N-1] // начальная точка
T1 ← добавить T[N] в таблицу
T1 ← добавить T[N-1] в таблицу
jmin ← N
N_k ← 1000
// основной цикл по точкам таблицы T
for ix ← N-1 while ix > 1
  X0 ← T[ix].X
  Y0 ← Y[ix]
  k1 ← (Y0-T[0].Y) / (T[ix].X - T[0].X)
  k2 ← (Y0-T[ix-1].Y) / (T[ix].X -T[ix-1].X)
  Δk ← (k1 – k2) / N_k // шаг по наклону отрезка
  // цикл по наклону отрезка (сегмента функции fY(X))
  for kb ← k2 while kb <= k1
    key ← false
    // цикл поиска точки с допустимым отклонением
    for jx ← ix-1 while jx >= 0
      Y[jx] ← Y0 + kb * (T[jx].X - X0)
      if fabs(Y[jx] – T[jx].Y) > epsY)
        key ← true
        break
      jx ← jx-1
    end // конец цикла поиска точки
    if key
      if jx < jmin
        jmin ← jx
      else
        выйти из цикла по наклону отрезка
    else // достигнута последняя точка
      jmin ← 0
      выйти из цикла по наклону отрезка
```

```
        kb ← kb+Δk
      end // конец цикла по наклону отрезка
      ix ← jmin+1
      T1 ← добавить (T[ix]. X, Y[ix]) в таблицу
    end // конец цикла по точкам таблицы T
    return T1
```

Дадим необходимые пояснения. Исходная информация об аппроксимируемой кривой содержится в таблице T, состоящей из пар чисел (Xi, Yi). Задается eps$Y$ – допустимое относительное отклонение от табличных значений по Y. Результат работы алгоритма – таблица $T1$, содержащая узлы аппроксимации (пары чисел) кусочно-линейной функции $f_Y(X)$; используется также рабочий массив Y, в который помещаются рассчитанные значения функции $f_Y(X)$ в узлах. Нумерация элементов всех массивов начинается с 0. Запись $T.X$ означает первый элемент пары чисел, а $T.Y$ – второй.

Некоторые условия:

- последняя пара точек входного массива T переносится в выходной массив $T1$, т. е. последний сегмент функции $f_Y(X)$ безусловно включается в результат аппроксимации;
- аппроксимация выполняется «от конца к началу», т. е. от бóльших значений X к меньшим;
- первая точка таблицы T, т. е. $T[0]$, обязательно является узлом аппроксимации для функции $f_Y(X)$.

Укрупненно алгоритм содержит 3 вложенных цикла:

Первый (внешний) цикл с параметром цикла ix перебирает точки таблицы T от конца к началу, начиная с предпоследней. В начале этого цикла определяется диапазон возможных наклонов очередного (искомого) сегмента функции $f_Y(X)$: от минимального $k2$, когда сегмент проходит через текущую (уже построенную) точку и ближайшую к ней слева точку таблицы T до максимального $k1$, когда сегмент проходит через текущую точку и точку $T[0]$. Вычисляется шаг дискретизации Δk по наклону. Существование минимального и максимального наклонов основано на предположении выпуклости точек таблицы T.

Второй (внутренний) цикл перебирает возможные наклоны kb очередного сегмента функции $f_Y(X)$ и останавливается, когда для наклона kb на текущей итерации получились худшие результаты, чем на предыдущей, или достигнута первая точка. Сравнение результатов происходит по длине построенного сегмента функции $f_Y(X)$. Таким образом обеспечивается нахождение самого «длинного» сегмента.

В третьем (самом внутреннем) цикле с параметром цикла jx вычисляется максимальная погрешность аппроксимации (ошибка) для текущего сегмента функции $f_Y(X)$. Происходит перебор точек таблицы T справа налево, начиная с точки $jx = ix - 1$, и для каждой из них вычисляется абсолютное отклонение значения функции $f_Y(X[jx])$ от табличного значения $T[jx].Y$. Если это отклонение превышает заданную величину $epsY$, то цикл завершается и в качестве результата берется предыдущая точка, которая и определяет длину очередного сегмента.

Алгоритм *LinAppx* реализован в виде компьютерной программы на языке *C*++ и его практическая апробация была выполнена для таблицы, содержащей 104 точки.

При величине погрешности не более 0,5 %, исходная таблица была преобразована в таблицу, содержащую 9 точек, а при величине погрешности не более 0,1 % в таблицу, содержащую 21 точку.

Алгоритмы расчета времени насыщения ТТ

Авторами настоящей статьи разработаны алгоритмы и компьютерные программы, позволяющие рассчитывать время до насыщения ТТ с использованием как ПХН, так и КЛХН.

Вначале приведем словесное описание алгоритма расчета времени до насыщения ТТ, используя ПХН. Так как фактически ПХН представлена вертикальной прямой $H(t) = 0$, то будем использовать для данного алгоритма название *ModelVL*, где *VL – Vertical Line*.

Для удобства вычислений времени до насыщения по [3] запишем уравнение (7) в стандартном виде:

$$F(\varphi, t_s) = \sin\varphi_{EL} \cdot \cos\varphi \cdot e^{-\frac{t_s}{T_a}} + \cos\varphi_{EL}\cos\varphi \cdot \omega T_a\left(1 - e^{-\frac{t_s}{T_a}}\right) - \\ -\sin(\omega t_s + \varphi + \varphi_{EL}) + \cos\varphi_{EL}\sin\varphi - (B_s - B_r)\frac{\omega k_{\text{ТТ}} w_2 S}{\sqrt{2 I_{EV} Z}} = 0, \tag{9}$$

где t_s – искомое время до насыщения ТТ; B_s – заданная индукция насыщения.

Трансцендентное уравнение (9) специально записано как уравнение с двумя неизвестными: φ (начальная фаза периодической составляющей тока КЗ) и t_s (время до насыщения ТТ), – с целью определения с его помощью минимального значения t_s при всех возможных значениях φ. Такое уравнение имеет *бесконечное множество* решений. Произвольный элемент этого множества можно получить, если задать конкретное значение для φ и получить значение t_s, решая (9) подходящим численным методом как уравнение с одной неизвестной.

В нашем случае известен критерий выбора из множества решений наиболее подходящего решения – это минимум времени до насыщения ТТ t_s. Краткое описание алгоритма *ModelVL* достаточно очевидно: нужно организовать перебор значений φ с некоторым «разумным» шагом в допустимой области (например, перебирая φ от 0 до 90° эл. с шагом 0,5), вычисляя для каждого из них t_s (т. е. решая уравнение (9)) и запоминая минимальное из t_s и соответствующее ему φ.

Заметим, что в силу колебательного характера функции $F(\varphi, t_s)$ целесообразно численный метод поиска времени t_s, «обернуть» в цикл, реализующий «скользящее окно», т. е. перемещение по оси времени с небольшим шагом, что позволит локализовать корень. Еще один «подводный камень» – уравнение (9) может не иметь решений для некоторых значений индукции насыщения B_s и поэтому в алгоритме необходимо распознавать такие ситуации и выдавать соответствующее диагностическое сообщение.

Алгоритм *ModelVL* реализован в виде веб-приложения, размещенного в свободном доступе на интернет-сайте http://ekra-adr.ru/wp/.

Теперь приведем алгоритм расчета времени до насыщения ТТ с использованием КЛХН. Будем использовать для данного алгоритма название *ModelPLA,* где *PLA – Piecewise-Linear Approximation* (кусочно-линейная аппроксимация). Для формализованной записи этого алгоритма также используем псевдокод:

ModelPLA:

```
BЭ(H) ← получить исходные данные
H_B_new1 ← LinAppx(BЭ(H), ε)
H_B_new ← доопределение H_B_new1 в отрацательную область
N ← размер таблицы H_B_new
for each segment // вычислить наклон каждого сегмента
   Ks ← ΔB/ΔH
H(τ) ← H_next(0, 0, τ)
if H(τ)>0 // если функция H возрастает
   direction ← Up
else // если функция H убывает
   direction ← Down
H0 ← 0; B0 ← 0; k ← N/2-1
// основной цикл по времени (определение ts)
for t ← 0 while t < tmax
   H(t+τ) ← H_next(H(t), t,τ)
   B(t+τ) ← B(t)+ Ks[k]*(H(t+τ)–H(t))
   if direction is Up // если функция H возрастает
      if H(t) < H(t+τ) < Hk+1
         t ← t+τ
      else if H(t) > H(t+τ)
         t ← время выхода на локальный максимум
         запомнить → t, H(t), B(t)
         direction ← Down
      else if H(t+τ) > Hk+1
         t ← время выхода на правую границу сегмента
         запомнить → t, H(t), B(t)
         k ← k + 1
   else // если функция H убывает
      if H(t) > H(t+τ) > Hk
         t ← t+τ
      else if H(t) < H(t+τ)
         t ← время выхода на локальный минимум
         запомнить → t, H(t), B(t)
        direction ← Up
      else if H(t+τ) < Hk
         t ← время выхода на левую границу сегмента
         запомнить → t, H(t), B(t)
         k ← k – 1
end // конец основного цикла по времени
```

Дадим необходимые пояснения. Исходная информация о средней кривой намагничивания для положительных значений H содержится в таблице $B_Э(H)$, состоящей из пар чисел (H(А/м), B(Тл)). В начале работы алгоритма эта таблица заполняется данными из внешнего источника (например, из файла или базы данных). Затем выполняется ее линейная аппроксимация с заданной точностью ε с помощью описанного ранее алгоритма *LinAppx*. В результате получается таблица *H_B_new*1, содержащая узлы кусочно-линейной функции $f_B(H)$ для положительных значений H. Эта таблица затем доопределяется для отрицательных значений H, в результате чего получается полная таблица *H_B_new* из N узлов, представляющая $f_B(H)$ с областью определения $[-H_{\max}, H_{\max}]$. Затем для каждого сегмента функции $f_B(H)$ вычисляется коэффициент наклона, и результат запоминается в массиве K_s.

Перед входом в основной цикл по времени задаются начальные параметры: $t = 0$; $H_0 = B_0 = 0$; $k = N/2–1$ (здесь k – номер сегмента $f_B(H)$), и определяется направление изменения (*direction*) функции $H(t)$ в начальной точке: рост (*Up*), если $H(\tau) > 0$, или убывание (*Down*), если $H(\tau) < 0$. Расчетная формула (6) для $H(t+\tau)$ реализована функцией *H_next*.

В процессе расчетов происходит циклическое увеличение времени t на заданную малую величину τ (шаг расчета) и вычисление значений $H(t+\tau)$ и $B(t+\tau)$. При этом H вычисляется с помощью функции *H_next*, а B – с помощью функции $f_B(H)$. На основе анализа рассчитанного значения $H(t+\tau)$ принимается решение о дальнейшем ходе процесса расчета:

- если до момента времени t функция $H(t)$ возрастала (*Up*), то:
  - если $H(t) < H(t+\tau) < H_{k+1}$, то текущий шаг моделирования был удачным, и можно переходить к следующему шагу (continue), заменяя t на $t+\tau$;
  - если $H(t) > H(t+\tau)$, то обнаружен локальный максимум функции $H(t)$ и необходимо выполнить процедуру его локализации во времени путем дробления шага моделирования (например, уменьшая его циклически в 2 раза); после этого моделирование может быть продолжено (continue) в предположении, что $H(t)$ – убывающая функция;
  - если $H(t+\tau) > H_{k+1}$, то обнаружен выход за правую границу текущего (k-го) сегмента $f_B(H)$ и необходимо выполнить процедуру локализации во времени точки выхода с заданной точностью ε путем дробления шага моделирования (например, уменьшая его циклически в 2 раза); после этого текущим становится $(k+1)$-й сегмент и моделирование может быть продолжено (continue);
- если до момента времени t функция $H(t)$ убывала (*Down*), то:
  - если $H(t) > H(t+\tau) > H_k$, то текущий шаг моделирования был удачным, и можно переходить к следующему шагу, заменяя t на $t+\tau$;
  - если $H(t) < H(t+\tau)$, то обнаружен локальный минимум функции $H(t)$ и необходимо выполнить процедуру его локализации во времени путем дробления шага моделирования (например, уменьшая его циклически в 2 раза); после этого моделирование может быть продолжено (continue) в предположении, что $H(t)$ – возрастающая функция;
  - если $H(t+\tau) < H_k$, то обнаружен выход за левую границу текущего (k-го) сегмента $f_B(H)$ и необходимо выполнить процедуру локализации во времени точки выхода с заданной точностью ε путем дробления шага моделирования (например, уменьшая его циклически в 2 раза); после этого текущим становится $(k-1)$-й сегмент и моделирование может быть продолжено (continue).

В процессе расчета фиксируются и запоминаются моменты времени и значения H и B, соответствующие локальным экстремумам функции $H(t)$ и узловым точкам $f_B(H)$ (т. е. запоминаются переходы между сегментами $f_B(H)$). Процесс расчета завершается при достижении предельного значения модельного времени $t_{\max}$.

В формальном описании алгоритма действия по определению моментов времени выхода на локальные экстремумы функции $H(t)$ и перехода между сегментами $f_B(H)$ не детализируются в силу их алгоритмической простоты (фактически они реализуют широко известный метод деления отрезка пополам).

Результатом работы алгоритма *ModelPLA* являются дискретные по времени функции $H(t)$ и $B(t)$ на интервале $[0, t_{\max}]$. Путем добавления в алгоритм небольшого количества простых операций можно с его помощью определить и время до насыщения t_s как момент времени, при котором функция $B(t)$ достигает заданного значения индукции насыщения B_s. Если же выполняется условие $B(t) < B_s$, то можно определить t_s как точку первого локального максимума функции $B(t)$. Таким образом, в этом алгоритме не существует состояния «нет решения», в отличие от ранее описанного алгоритма *ModelVL*.

Отметим, что алгоритм *ModelPLA* достаточно универсален и с его помощью легко реализуется расчет минимального времени до насыщения ТТ как для прямоугольной характеристики намагничивания, так и для спрямленной характеристики. В первом случае функция $f_B(H)$ задается одним «почти вертикальным» сегментом, а во втором – двумя сегментами: «почти вертикальным» и «почти горизонтальным» (Г-образная форма).

Алгоритм *ModelPLA* реализован на языке *C*++ в виде настольного приложения. В дальнейшем предполагается его оформление в виде веб-приложения и размещение в сети Интернет.

Для подтверждения работоспособности и адекватности разработанных алгоритмов авторами выполнены расчеты времени до насыщения для ТТ типа ТФНД-110м-600/5 [5], имеющего следующие характеристики: $w_1 = 2$, $w_2 = 239$, $l = 0{,}9$ м, $S = 0{,}00191$ м^2, $Z = 3{,}3$ Ом, $T_a = 0{,}1$ с. Были использованы также следующие значения параметров модели: $I_{EV} = 6000$ А, $k_{\text{ТТ}} = 120$, $\cos\varphi_{EL} = 0{,}8$, $\varphi = 0°$ эл., $B_s = 1{,}95$ Тл. Средняя кривая намагничивания была получена в результате обработки реальных вольт-амперных характеристик и задавалась следующим массивом из 11 пар точек (первый элемент пары – это H (А/м), а второй – B (Тл)):

$$\{(0,\ 0),\ (80,\ 1{,}18),\ (160,\ 1{,}42),\ (240,\ 1{,}54),\ (800,\ 1{,}68),\ (1600,\ 1{,}83),$$
$$(2400,\ 1{,}88),\ (8000,\ 1{,}92),\ (16000,\ 1{,}97),\ (24000,\ 1{,}98),\ (104000,\ 1{,}99)\}.$$

В силу универсальности алгоритма *ModelPLA* с его помощью выполнены расчеты как для КЛХН, так и для ПХН; в этом случае СКН имела вид почти вертикальной кривой, заданной парой точек: (0, 0) и (0,03, 3).

В табл. 1 приведены результаты расчета времени до насыщения ТТ для $B_r = 0$ Тл (столбец «КЗ на защищаемом объекте») и для $B_r = 1$ Тл (столбец «Включение на КЗ после неуспешного АПВ»)[1].

Таблица 1

№ п/п	Метод расчета	КЗ на защищаемом объекте	Включение на КЗ после неуспешного АПВ
	По формуле (5) из [1]	5,37 мс	–
	ПХН	5,46 мс	3,90 мс
	КЛХН	6,55 мс	5,35 мс
	Погрешность (%)	16,6	27,1
	Метод Волынкина	6,42	5,27
	Погрешность (%)	1,9	1,5

[1] В последующих публикациях авторы представят результаты расчетов для множества используемых на практике ТТ. Будет также уточнена зависимость $B(H)$ с учетом гистерезисных явлений.

Как видно из табл. 1, применение метода КЛХН приводит к увеличению расчетного времени до насыщения ТТ по сравнению с методом ПХН. Так как метод КЛХН является более точным по сравнению с ПХН, то можно говорить о методической погрешности метода ПХН, которая составила 16,6 % в режиме КЗ при остаточной индукции равной нулю и 27,1 % при включении на КЗ после неуспешного АПВ (в этом случае остаточная индукция принималась равной 1 Тл). Отметим также, что предложенный метод расчета позволяет вычислить значение времени до насыщения ТТ в режиме неуспешного АПВ, в то время как расчет по формуле (5) из [1] сделать этого не позволяет.

С целью оценки адекватности предложенной модели был выполнен расчет времени до насыщения при указанных выше исходных данных методом Волынкина [9] (табл. 1, строка 5). Как и раньше результат расчета показывает, что применение метода КЛХН позволяет получить время до насыщения ТТ больше, что подтверждает практическую ценность предложенного метода.

Выводы

Проведенные авторами расчеты, выполненные с помощью разработанных компьютерных программ, показали, что все результаты расчета с использованием изложенной выше методики показывают время до насыщения больше, чем по методике [3], причем наибольшее расхождение результатов имеет место при отсутствии остаточной индукции.

Можно сделать следующие выводы:

- применение аппроксимации кривой намагничивания в форме КЛХН позволяет снизить погрешность расчета до заданной величины за счет выбора достаточного количества участков и их расположения;
- использование разработанных программ снижает затраты времени на проектирование и проверку функционирования релейной защиты в соответствии с современными требованиями.

Список литературы

1. Определение времени до насыщения трансформаторов тока в переходных режимах коротких замыканий / С. Л. Кужеков, А. А. Дегтярев, В. С. Воробьев, В. В. Москаленко // Электрические станции. – 2017. – № 1. – С. 42–48.
2. ПНСТ 283-2018 Трансформаторы измерительные. Часть 2. Технические условия на трансформаторы тока : предварительный национальный стандарт Российской Федерации : дата введения 2019-01-01 / ООО «Эльмаш (УЭТМ)», Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. – Москва: Кодекс, 2019.
3. ГОСТ Р 58669-2019 Единая энергетическая система и изолированно работающие энергосистемы. Релейная защита. Трансформаторы тока измерительные индуктивные с замкнутым магнитопроводом для защиты. Методические указания по определению времени до насыщения при коротких замыканиях : национальный стандарт Российской Федерации : дата введения 2020-01-01 / АО «СО ЕЭС», Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. – Москва: Кодекс, 2020.
4. Рыбалкин А. Д., Шурупов А. А. Особенности расчета погрешностей при реализации алгоритма функционирования микропроцессорной релейной защиты /

А. Д. Рыбалкин, А. А. Шурупов // Релейная защита и автоматизация. – 2015. – № 3. – С. 18–22.
5. Королев Е. П., Либерзон Э. М. Расчеты допустимых нагрузок в токовых цепях релейной защиты / Е. П. Королев, Э. М. Либерзон. – Москва: Энергия, 1980. – 207 с.
6. Подгорный Э. В., Хлебников С. Д. Моделирование и расчеты переходных режимов в цепях релейной защиты / Э. В. Подгорный, С. Д. Хлебников. – Москва: Энергия, 1974. – 208 с.
7. Расчет минимального времени насыщения трансформатора тока с прямоугольной характеристикой намагничивания при активно-индуктивной нагрузке с программной реализацией / А. Д. Рыбалкин, В. И. Нагай, А. Н. Иванченко, Рыбалкин Д. А. // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2020. – № 4. – С. 70–76.
8. Богдан А. В., Золоев Б. П., Подгорный Э. В. Сравнение численных методов расчета переходных процессов трансформаторов тока на ЦВМ / А. В. Богдан, Б. П. Золоев, Э. В. Подгорный // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 1974. – № 2. – С. 163–172.
9. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013618727, Российская Федерация Расчет вторичного тока трансформатора тока методом Волынкина / А. Д. Рыбалкин, А. А. Шурупов. – № 2013618727; заявл. 08.04.2013. – 1 с.

Будовский Валерий Павлович, д-р техн. наук, доцент, директор Центра оценки квалификаций Научно-технического центра Единой энергетической системы Противоаварийное управление (АО «НТЦ ЕЭС Противоаварийное управление»).
E-mail: budovskiy_v@ntcees.ru

Воробьев Виктор Станиславович, начальник службы релейной защиты и автоматики Системного оператора Единой энергетической системы (АО «СО ЕЭС»).
E-mail: vvs@so-ups.ru

Иванченко Александр Николаевич, канд. техн. наук, профессор, профессор кафедры программного обеспечения вычислительной техники Южно-Российского государственного политехнического университета (НПИ) имени М. И. Платова.
E-mail: ian2008.52@mail.ru

Москаленко Вадим Васильевич, начальник отдела службы релейной защиты и автоматики Системного оператора Единой энергетической системы (АО «СО ЕЭС»).
E-mail: moskalenko-vv@so-ups.ru

Расщепляев Антон Игоревич, главный специалист службы релейной защиты и автоматики Системного оператора Единой энергетической системы (АО «СО ЕЭС»).
E-mail: air@so-ups.ru

Рыбалкин Алексей Дмитриевич, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры электрических станций и электроэнергетических систем Южно-Российского государственного политехнического университета (НПИ) имени М. И. Платова.
E-mail: rydar@yandex.ru